

Ein Beispiel an der PHZH

Gute, substantielle Mathematik- aufgaben in der Ausbildung von Lehrpersonen

Aufgaben sind zentrale Bausteine vieler Unterrichtsstunden. Konkreter als Theorien und Modelle des Lernens beschreiben sie, was Lernende tun sollen und mit welchen Fragestellungen oder Materialien sie sich auseinandersetzen.



Daniel Steiner,
Dr. phil.-nat.,
Bereichsleiter Mathematik
Primarstufe
an der PHZH

Studierende setzen gute, substantielle Mathematik-aufgaben ein

Die Ausbildung in der Schulpraxis ist ein zentraler Bestandteil des Studiums an der Pädagogischen Hochschule Zürich (PHZH). In den vergangenen Jahren wurde dieser Ausbildungsbereich mit einem neu konzipierten, sieben Wochen dauernden Quartalspraktikum gestärkt. Für Studierende der Primarstufe findet das Quartalspraktikum im vierten Ausbildungssemester statt.

Die drei Unterrichtsfächer «Mathematik», «Deutsch» und «Mensch & Umwelt» nehmen innerhalb des Quartalspraktikums eine wichtige Rolle ein: Dort werden die Studierenden bei der Planung, Durchführung und Reflexion ihres fachspezifischen Unterrichts

besonders intensiv von Fachdidaktikerinnen und Fachdidaktikern begleitet. Im Fach Mathematik findet diese Unterstützung vor dem Hintergrund der «Zentralen fachdidaktischen Aspekte guten Mathematikunterrichts» statt, welche vom Fachbereich Mathematik erarbeitet wurden.

Für das Quartalspraktikum erhalten die Studierenden der Primarstufe den Auftrag, eine gute, substantielle Mathematikaufgabe im Unterricht einzusetzen. Die betreffende Unterrichtssequenz wird anschliessend entlang eines Leitfadens schriftlich dokumentiert und reflektiert. Insbesondere sollen die Studierenden in der Dokumentation und Reflexion aufzeigen, inwiefern die eingesetzte Mathematikaufgabe alle Kinder fördert. Der beschriebene Praxisauftrag fokussiert also Aufgaben, die eine gewisse mathematische Komplexität aufweisen, ohne jedoch kompliziert zu sein, und mathematische Fragestellungen mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad enthalten («natürliche Differenzierung»).

Die schriftliche Dokumentation und Reflexion der Studierenden setzt sich aus den folgenden Elementen zusammen:

1. Aufgabe

- » Beschreibung der guten, substantiellen Mathematikaufgabe
- » Begründung der Wahl der Aufgabe hinsichtlich der formulierten Lernziele
- » Einbettung der Aufgabe in den Unterricht

2. Qualität der Aufgabe, Analyse von Schülerarbeiten

- » Begründung der Qualität der Aufgabe hinsichtlich des Ziels, alle Kinder zu fördern
- » Dokumentation und Analyse von drei Schülerbeispielen auf unterschiedlichen Leistungsniveaus

3. Reflexion

- » Mathematische Schwierigkeiten bei der Aufgabenbearbeitung durch die Schülerinnen und Schüler
- » Lernwirksamkeit der Aufgabe
- » Erkenntnisse und Entwicklungsziele für den eigenen Mathematikunterricht

4. Anhang: Planungsdokumente

Nachfolgend werden Ausschnitte aus den Dokumentationen von zwei Studierenden präsentiert. Sie sollen exem-

Zentrale fachdidaktische Aspekte guten Mathematikunterrichts

Guter Mathematikunterricht ...

1. ... ist verstehensorientiert und ermöglicht Vernetzungen,
2. ... schafft und nutzt Möglichkeiten zum Austausch über mathematische Fragen und Erkenntnisse,
3. ... ermöglicht eine intensive Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen,
4. ... ist zielorientiert,
5. ... fördert alle Kinder,
6. ... ist für die Lernenden anregend und bedeutsam.

Ausführliche Erläuterungen finden Sie unter:

[www.phzh.ch/Documents/phzh.ch/
Fachbereiche/Mathematik/
GuterMU2010b-1bis9.pdf](http://www.phzh.ch/Documents/phzh.ch/Fachbereiche/Mathematik/GuterMU2010b-1bis9.pdf)

Gute, substantielle Mathematikaufgaben ...

1. ... treffen den Kern des mathematischen Inhalts,
2. ... lassen eine Bearbeitung auf unterschiedlichen Niveaus zu und können dadurch von allen Kindern bearbeitet werden:
 - » ermöglichen allen Kindern mathematisches Lernen,
 - » erlauben allen Kindern hohe kognitive Aktivierung,
 - » lassen verschiedene Denk- und Lösungswege zu,
3. ... ermöglichen Lernen von- und miteinander.

«Guter Mathematikunterricht ist verstehensorientiert und ermöglicht Vernetzungen.»

plarisch aufzeigen, wie Studierende der Primarstufe gute, substanzielle Mathematikaufgaben auf der Zielstufe durchführen und auswerten. Dabei stehen die folgenden zwei Aufgabenbeispiele bzw. deren Bearbeitung durch Primarschülerinnen und Primarschüler im Zentrum:

Studierende A – Aufgabe 1 (2. Klasse)

«Würfelt zu zweit mit zehn Spielwürfeln. Diejenigen Würfel mit den gleichen Augenzahlen sollt ihr zusammenschieben. Dann schreibt ihr zu jeder Würfelgruppe eine passende Malrechnung auf. Wiederholt die Aufgabe mit mehr als zehn Spielwürfeln. Verwendet auch Spielwürfel mit einer anderen Anzahl an Seitenflächen.»

$$\begin{array}{l}
 1 \cdot 12 = 12 \quad 2 \cdot 4 = 8 \\
 2 \cdot 5 = 10 \quad (1 \cdot 0 = 0) \\
 2 \cdot 6 = 12 \quad 1 \cdot 12 = 12 \\
 2 \cdot 3 = 6 \quad (2 \cdot 8 = 16) \\
 1 \cdot 9 = 9 \quad 2 \cdot 2 = 4
 \end{array}$$

Abbildung 1:
Schülerbeispiel
von Lisa

Studierende B – Aufgabe 2 (2. Klasse)

«Erfinde mit eigenen Zahlen verschieden schwierige Zahlenmauern (mit drei oder vier Basissteinen). Versuche dabei, eine möglichst schwierige oder besondere Mauer zu machen.»

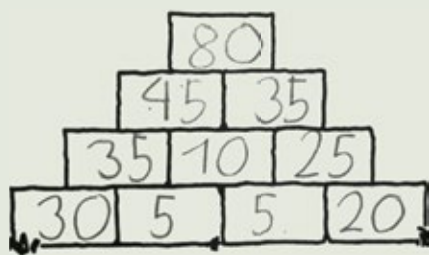


Abbildung 2:
Schülerbeispiel
von Lukas

Die beiden Aufgabenbeispiele werden von den Studierenden hinsichtlich des Ziels, alle Kinder zu fördern, wie folgt beurteilt:

- » Studierende A weist darauf hin, dass sich bei Aufgabe 1 insbesondere mit der variablen Anzahl an Spielwürfeln und der Möglichkeit, Spielwürfel mit unterschiedlicher Flächenanzahl zu verwenden, verschiedenste Fragestellungen mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad ergeben.
- » Studierende B argumentiert, dass bei Aufgabe 2 mit der Auswahl der Zahlen, ihrer variablen Position innerhalb der Zahlenmauer und der wählbaren Anzahl an Basissteinen «automatisch unterschiedlich hohe Anforderungen an die mathematischen Fähigkeiten der Kinder» entstehen.

Studierende analysieren Schülerbeispiele auf unterschiedlichen Leistungsniveaus

Der Einsatz von guten, substanziellen Mathematikaufgaben ist anspruchsvoll und stellt hohe Anforderungen an die angehenden Lehrpersonen. Neben weiteren Fähigkeiten wird auch eine hohe diagnostische Kompetenz verlangt: Die Studierenden sind gefordert, Lernstände von Kindern wahrzunehmen und einzuschätzen mit dem Ziel, angemessene pädagogische und didaktische Entscheidungen, z.B. für die unmittelbare Lernunterstützung, zu treffen.

Solche Fähigkeiten stehen im Zentrum der Dokumentation und Analyse von drei Schülerbeispielen auf unterschied-

lichen Leistungsniveaus, dem zweiten Teil der schriftlichen Dokumentation und Reflexion:

Abbildung 1 zeigt das Beispiel einer Bearbeitung von Aufgabe 1 auf hohem Leistungsniveau: Lisa wirft verschiedene Spielwürfel mit unterschiedlicher Flächenanzahl. Es gelingt ihr einerseits, im Wurf der Spielwürfel multiplikative Strukturen zu erkennen, die passenden Multiplikationen zu notieren und zusätzlich auszurechnen. Sie bewegt sich sicher im Zahlenraum 1 bis 20. Andererseits wird auch der Zusatzauftrag, diejenigen Malrechnungen mit dem größten bzw. kleinsten Ergebnis zu kennzeichnen, korrekt ausgeführt. Erstaunlich ist in diesem Zusammenhang die Verwendung der (selber erfundenen) Multiplikation 1×0 , welche das kleinstmögliche Produkt zweier nicht-negativer Zahlen überhaupt repräsentiert.

Abbildung 2 zeigt das Beispiel einer Bearbeitung von Aufgabe 2 auf einem basalen Leistungsniveau: Lukas versteht das Prinzip der Zahlenmauern und führt die erforderlichen Operationen korrekt aus. Allerdings benötigt er zur Unterstützung das Zehnersystem-Holz. Lukas wählt die Zahlen (bewusst?) so aus, dass als Einer nur die Ziffern 5 bzw. 0 auftreten und damit einfache Rechnungen innerhalb des ihm geläufigen Zahlenraums 1 bis 100 entstehen.



BILD: COPYRIGHT © WWW.THINKSTOCKPHOTOS.DE

Studierende werten den Einsatz von guten, substanziellen Mathematikaufgaben aus

Die Förderung der Reflexionsfähigkeit ist ein wichtiger Bestandteil der Ausbildung von Lehrerinnen und Lehrern. Reflexion im Lehrberuf hat nicht nur Einfluss auf die berufliche Entwicklung, sondern ist darüber hinaus auch die Grundlage für die Weiterentwicklung des fachdidaktischen Wissens und des eigenen Fachunterrichts. Unter diesen Gesichtspunkten werden im dritten Teil der schriftlichen Dokumentation die Unterrichtssequenz und insbesondere die Lernwirksamkeit der eingesetzten Mathematikaufgabe reflektiert.

Die beiden Aufgabenbeispiele werden von den Studierenden hinsichtlich ihrer Lernwirksamkeit wie folgt beurteilt:

- » Studierende A schätzt die Lernwirksamkeit der Aufgabe als hoch ein. Sie begründet dies damit, dass die Schülerinnen und Schüler einerseits multiplikative Strukturen erkennen und die passenden Malrechnungen aufschreiben müssen. Sie verwenden dazu die formale Notation von Multiplikationen. Andererseits lässt die Aufgabe aber auch die Möglichkeit zu, die erhaltenen Multiplikationen auszurechnen.
- » Studierende B beurteilt die Zusatzbedingung der Aufgabenstellung, «eine möglichst schwierige oder besondere Mauer» herzustellen, als besonders lernwirksam. Dadurch könnten sich die Schülerinnen und Schüler «mit Zahlen und Rechnungen aus-

einandersetzen, die für sie momentan bedeutsam sind und mit deren Umgang sie einen individuellen Lernfortschritt erzielen können».

Wie gelingt der Kompetenzaufbau angehender Lehrpersonen?

Die beschriebene Dokumentation und Reflexion einer guten, substanziellen Mathematikaufgabe aus der eigenen Unterrichtspraxis im Quartalspraktikum zielt u.a. darauf ab, den Erwerb fachspezifischer Kompetenzen angehender Lehrpersonen zu unterstützen. Einerseits sollen die Studierenden eigene Unterrichtserfahrungen im Umgang mit guten, substanziellen Mathematikaufgaben machen können. Dazu gehört oft auch, persönliche Werthaltungen und Überzeugungen zur Gestaltung des Mathematikunterrichts zu reflektieren. Andererseits sollen die Studierenden dazu angeregt werden, entstandene Schülerprodukte fundiert zu analysieren und die Erkenntnisse für die Begleitung weiterführender Lernprozesse zu nutzen.

Damit die schriftliche Dokumentation und Reflexion den fachspezifischen Qualitätskriterien genügt und gleichzeitig zu einem entsprechenden Kompetenzaufbau führt, sind jedoch verschiedene Bedingungen notwendig:

- » Konstante Begleitung des Auftrages durch Fachpersonen («gute Begleitung»): Vor, während und nach dem Quartalspraktikum hatten die Studierenden die Möglichkeit, fachdidaktische Beratung zur Bearbeitung des Praxisauftrages in Anspruch zu neh-

men. Entscheidend ist dabei, dass diese Unterstützung konsequent auf die in der Ausbildung thematisierten fachdidaktischen Aspekte guten Mathematikunterrichts Bezug nimmt.

- » Auswahl der Aufgabe («gute, substanzielle Aufgabe»): Eine geeignete Aufgabenauswahl hat sich als zentrales Qualitätsmerkmal der Dokumentation erwiesen. Dazu sollten die Studierenden selbstständig die Qualität von Mathematikaufgaben einschätzen können. Entsprechende Kriterien werden bereits in den ersten Ausbildungssemestern thematisiert. Zusätzlich sollten die Studierenden aber auch über spezifisches Wissen und Kompetenzen verfügen, damit sie selbstständig gute, substanzielle Mathematikaufgaben finden, variieren und allenfalls entwickeln können.
- » Können als wissensbasiertes Handeln («gute Lehrperson»): Für das Erteilen eines guten Mathematikunterrichts sollten die Studierenden über Kompetenzen in den Bereichen der beruflichen Fähigkeiten und Fertigkeiten, fachliches und fachdidaktisches Wissen und angemessene persönliche Werthaltungen und Überzeugungen verfügen.

Die bisher gemachten Erfahrungen an der PHZH zeigen, dass der beschriebene Praxisauftrag im Fach Mathematik einen wertvollen Beitrag zum fachspezifischen Kompetenzaufbau angehender Lehrpersonen der Primarstufe leistet und dass er wichtige Normen und Standards für deren Mathematikunterricht setzen kann.

Literatur

- » Keller B. u.a. Mathematik 2 Primarstufe, Lehrmittelverlag des Kantons Zürich (2011).
- » PHZH: Zentrale fachdidaktische Aspekte guten Mathematikunterrichts (2010).
www.phzh.ch/Documents/phzh.ch/Fachbereiche/Mathematik/GuterMU2010b-1bis9.pdf
- » PHZH: Ausbildungsmodell NOVA 09 – Kompetenzstrukturmodell.
https://stud.phzh.ch/Documents/phzh.ch/Ausbildung/Studieren_Stdieninfos/Broschuer_Kompetenzstrukturmodell.pdf